

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีกำจัดตัวแปร 1

นักเรียนทราบมาแล้วว่า เราสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น หรือแก้ระบบสมการได้โดย วิธีการวาดกราฟ วิธีการกำจัดตัวแปร วิธีการแทนค่าตัวแปร

การหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีการกำจัดตัวแปร ซึ่งมีขั้นตอนง่ายๆ คือ

1. พิจารณาสัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเป็นจำนวนเดียวกัน หรือจำนวนตรงข้ามกันหรือไม่ ถ้าไม่ ให้ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรหนึ่งในสมการทั้งสองสมการให้เป็นจำนวนเดียวกัน หรือจำนวนตรงข้ามกัน โดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

2. นำสมการทั้งสองมาบวกหรือลบกันเพื่อให้ตัวแปรหายไปหนึ่งตัว แล้วหาค่าตัวแปรเดียวที่เหลืออยู่ และนำค่าของตัวแปรนี้กลับไปแทนค่าในสมการใดสมการหนึ่งเพื่อหาค่าตัวแปรตัวที่หายไปในตอนแรก

3. หากต้องการตรวจสอบว่าคำตอบถูกต้องแน่นอนหรือไม่ ให้นำค่าของตัวแปรทั้งสองที่เราหาได้นั้น กลับไปแทนค่าในสมการทั้งสองว่าเป็นจริงทั้งสองสมการหรือไม่ ถ้าเป็นจริงทั้งสองสมการ แสดงว่า คำตอบที่หาได้ถูกต้องแล้ว

หมายเหตุ **ในกรณีที่ระบบสมการไม่มีคำตอบ จะเกิดสมการที่ไม่เป็นจริง

**ในกรณีที่ระบบสมการมีคำตอบมากมาย จะเกิดสมการที่เป็นจริง

ในแบบฝึกเล่มนี้ นักเรียนจะได้ฝึกการหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีการกำจัดตัวแปร โดยไม่จำเป็นต้องทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรหนึ่งในสมการทั้งสองสมการให้เป็นจำนวนเดียวกัน หรือจำนวนตรงข้ามกัน เสียก่อน เนื่องจากโจทย์ในเล่มนี้จะเป็นระบบสมการที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเท่ากันอยู่แล้ว

ดังรายละเอียดในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$3x + y = 3 \quad \text{..... ①}$$

$$3x - 4y = -12 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ① - ② จะได้ว่า $(3x + y) - (3x - 4y) = 3 - (-12)$

หรือ $3x + y - 3x + 4y = 3 + 12$

หรือ $5y = 15$

หรือ $y = \frac{15}{5} = 3$

หรือ $y = 3$

แทน $y = 3$ ใน ① จะได้ $3x + 3 = 3$

หรือ $3x = 3 - 3$

หรือ $x = \frac{0}{3}$

หรือ $x = 0$

ตรวจสอบ

แทน $x = 0$ และ $y = 3$ ใน ①

จะได้ว่า $3(0) + 3 = 3$

หรือ $0 + 3 = 3$ ซึ่งเป็นจริง

แทน $x = 0$ และ $y = 3$ ใน ②

จะได้ว่า $3(0) - 4(3) = -12$

หรือ $0 - 12 = -12$ ซึ่งเป็นจริง

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการ คือ จุด $(0,3)$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ

$$x - y = -1 \quad \text{..... ①}$$

$$x - y = 2 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ① - ② จะได้ว่า $(x - y) - (x - y) = -1 - 2$

หรือ $x - y - x + y = -3$

หรือ $0 = -3$ ซึ่งสมการนี้ไม่เป็นจริง

แสดงว่า ระบบสมการนี้ ไม่มีคำตอบ..... **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการ

$$3x - 3y = 6 \quad \text{..... ①}$$

$$x - 3y = 4 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ① - ② จะได้ว่า $(3x - 3y) - (x - 3y) = 6 - 4$

หรือ $3x - 3y - x + 3y = 2$

หรือ $2x = 2$

หรือ $x = \frac{2}{2}$

หรือ $x = 1$

แทน $x = 1$ ใน ① จะได้ $3(1) - 3y = 6$

หรือ $-3y = 6 - 3$

หรือ $y = \frac{3}{-3}$

หรือ $y = -1$

ตรวจสอบ

แทน $x = 1$ และ $y = -1$ ใน ①

จะได้ว่า $3(1) - 3(-1) = 6$

หรือ $3 + 3 = 6$

หรือ $6 = 6$ ซึ่งเป็นจริง

แทน $x = 1$ และ $y = -1$ ใน ②

จะได้ว่า $1 - 3(-1) = 4$

หรือ $1 + 3 = 4$

หรือ $4 = 4$ ซึ่งเป็นจริง

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(1, -1)$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้ระบบสมการ

$$3x + 3y = 5 \quad \text{..... ①}$$

$$x - 3y = 4 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ① + ② จะได้ว่า $(3x + 3y) + (x - 3y) = 5 + 4$

หรือ $3x + 3y + x - 3y = 9$

หรือ $4x = 9$

หรือ $x = \frac{9}{4}$

แทน $x = \frac{9}{4}$ ใน ① จะได้ $3\left(\frac{9}{4}\right) + 3y = 5$

หรือ $\frac{27}{4} + 3y = 5$

นำ 4 ไปคูณทั้งสองข้างสมการ จะได้ $\left(\frac{27}{4} + 3y\right) \times 4 = 5 \times 4$

หรือ $27 + 12y = 20$

หรือ $y = \frac{20-27}{12}$

หรือ $y = \frac{-7}{12}$

ตรวจสอบ

แทน $x = \frac{9}{4}$ และ $y = \frac{-7}{12}$ ใน ①

จะได้ว่า $3\left(\frac{9}{4}\right) + 3\left(\frac{-7}{12}\right) = 5$

หรือ $\frac{27}{4} - \frac{7}{4} = 5$

หรือ $\frac{20}{4} = 5$

หรือ $5 = 5$ ซึ่งเป็นจริง

แทน $x = \frac{9}{4}$ และ $y = \frac{-7}{12}$ ใน ②

จะได้ว่า $\frac{9}{4} - 3\left(\frac{-7}{12}\right) = 4$

หรือ $\frac{9}{4} + \frac{7}{4} = 4$

หรือ $\frac{16}{4} = 4$ ซึ่งเป็นจริง

หรือ $4 = 4$ ซึ่งเป็นจริง

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $\left(\frac{9}{4}, \frac{-7}{12}\right)$ **ตอบ**

แบบฝึกทักษะที่ 1

คำสั่ง จงแก้ระบบสมการ

$$\begin{array}{rcl} x + 4y & = & 8 \quad \text{..... ①} \\ 7x - 4y & = & -40 \quad \text{..... ②} \end{array}$$

วิธีทำ

นำ ① + ② จะได้ว่า $(x + 4y) + (7x - 4y) = 8 + (-40)$

หรือ $x + 4y + \text{.....} - \text{.....} = 8 - \text{.....}$

หรือ $\text{.....}x = - \text{.....}$

หรือ $x = - \text{.....}$

หรือ $x = \text{.....}$

แทน $x = \text{.....}$ ใน ① จะได้ $(\text{.....}) + 4y = 8$

หรือ $4y = 8 + \text{.....}$

หรือ $y = - \text{.....}$

หรือ $y = 3$

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(\text{.....}, 3)$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1

คำสั่ง จงแก้ระบบสมการ

$$\begin{array}{rcl} x + 4y & = & 8 \quad \text{..... ①} \\ 7x - 4y & = & -40 \quad \text{..... ②} \end{array}$$

วิธีทำ

นำ ① + ② จะได้ว่า $(x + 4y) + (7x - 4y) = 8 + (-40)$

หรือ $x + 4y + 7x - 4y = 8 - 40$

หรือ $8x = -32$

หรือ $x = \frac{-32}{8}$

หรือ $x = \underline{-4}$

แทน $x = \underline{-4}$ ใน ① จะได้ $(-4) + 4y = 8$

หรือ $4y = 8 + 4$

หรือ $y = \frac{12}{4}$

หรือ $y = 3$

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(-4, 3)$ **ตอบ**

แบบฝึกทักษะที่ 2

คำสั่ง จงแก้ระบบสมการ

$$2y - x = 3 \quad \text{..... ①}$$
$$2y = x - 4 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ① - ② จะได้ว่า $(\text{.....}) - (2y) = 3 - (\text{.....})$

หรือ $2y - x - 2y = 3 - x + 4$

หรือ $-x = \dots - x$

หรือ $-x + x = 7$

หรือ $0 = \dots$ ซึ่งสมการนี้เป็น/ไม่เป็นจริง

แสดงว่า ระบบสมการนี้ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2

คำสั่ง จงแก้ระบบสมการ

$$2y - x = 3 \quad \text{..... ①}$$
$$2y = x - 4 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ① - ② จะได้ว่า $(2y - x) - (2y) = 3 - (x - 4)$

หรือ $2y - x - 2y = 3 - x + 4$

หรือ $-x = 7 - x$

หรือ $-x + x = 7$

หรือ $0 = 7$ ซึ่งสมการนี้ไม่เป็นจริง

แสดงว่า ระบบสมการนี้ **ไม่มีคำตอบ**..... **ตอบ**

แบบฝึกทักษะที่ 3

คำสั่ง จงแก้ระบบสมการ

$$15x - y = -1 \quad \text{..... ①}$$

$$15x + 5y = 25 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ② - ① จะได้ว่า (.....) - (.....) = 25 - (.....)

หรือ $15x \dots 5y \dots 15x \dots y = 25 + 1$

หรือ $\dots y = 26$

หรือ $y = \frac{26}{-}$

หรือ $y = -$

นำ $y = \frac{13}{3}$ ไปแทนค่าใน ① จะได้ $15x - - = 8$

นำ 3 ไปคูณทั้งสองข้างสมการ จะได้ $(15x - -) \times \dots = 8 \times 3$

หรือ $\dots x - \dots = \dots$

หรือ $45x = 24 + 13$

หรือ $x = -$

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(-, -)$ **ตอบ**

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3

คำสั่ง จงแก้ระบบสมการ

$$15x - y = -1 \quad \text{..... ①}$$
$$15x + 5y = 25 \quad \text{..... ②}$$

วิธีทำ

นำ ② - ① จะได้ว่า $(15x + 5y) - (15x - y) = 25 - (-1)$

หรือ $15x + 5y - 15x + y = 25 + 1$

หรือ $6y = 26$

หรือ $y = \frac{26}{6}$

หรือ $y = \frac{13}{3}$

นำ $y = \frac{13}{3}$ ไปแทนค่าใน ① จะได้ $15x - \frac{13}{3} = 8$

นำ 3 ไปคูณทั้งสองข้างสมการ จะได้ $(15x - \frac{13}{3}) \times 3 = 8 \times 3$

หรือ $45x - 13 = 24$

หรือ $45x = 24 + 13$

หรือ $x = \frac{37}{45}$

แสดงว่า คำตอบของระบบสมการนี้ คือ $(\frac{37}{45}, \frac{13}{3})$ **ตอบ**